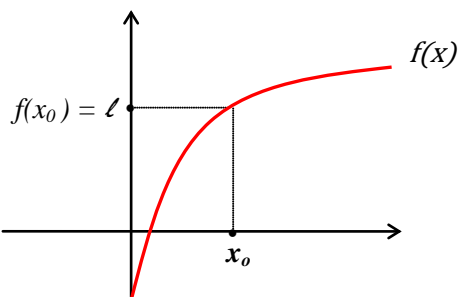


Definizione di funzione continua e punti di discontinuità

definizione di funzione continua in un punto x_0



- data una funzione $f(x)$ ed un punto x_0 appartenente al dominio D della funzione
- la funzione $f(x)$ si dice **continua** nel punto x_0 se:
- *il limite della funzione in $x_0 =$ valore della funzione in x_0* cioè:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$$

osserva che in un punto isolato la funzione è continua

Una funzione si dice continua in un intervallo se è continua in tutti punti dell'intervallo

osservazione importante

per studiare se una funzione è continua in un punto x_0 appartenente al dominio D è necessario calcolare il limite da sinistra (se è possibile), il limite da destra (se è possibile) ed il valore della funzione nel punto x_0 . Se questi tre valori sono tutti uguali allora la funzione sarà continua in quel punto, cioè se:

$$\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = f(x_0)$$

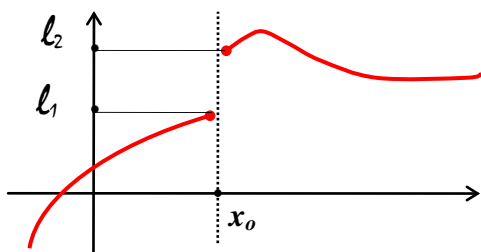
un punto x_0 per il dominio della funzione si dice di **discontinuità** per $f(x)$ se NON c'è l'eguaglianza dei tre valori precedenti e ciò può avvenire per diverse ragioni.

punti di discontinuità e loro classificazione

un punto x_0 di accumulazione per il dominio della funzione si dice di **discontinuità** per $f(x)$ se NON c'è l'eguaglianza dei tre valori precedenti e ciò può avvenire per diverse ragioni.

per classificare un punto x_0 di discontinuità si calcolano separatamente il limite sinistro l_1 ed il limite destro l_2 della funzione in x_0 a seconda dei risultati trovati il punto x_0 si classifica in una delle seguenti tre specie

punto di discontinuità di prima specie

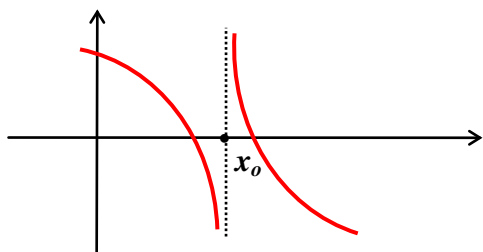


- x_0 si dice **punto di discontinuità di prima specie** se i limiti sinistro e destro della funzione in x_0 sono **diversi e finiti** cioè:

$$l_1 \neq l_2 \text{ con } l_1 \text{ ed } l_2 \text{ finiti}$$

$|l_2 - l_1|$ si dice salto della funzione

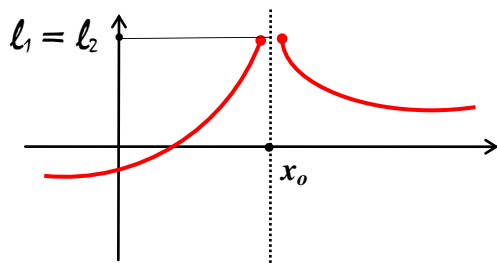
punto di discontinuità di seconda specie



- x_0 si dice **punto di discontinuità di seconda specie** se uno almeno dei due limiti sinistro o destro della funzione in x_0 è uguale a **infinito**, oppure **non esiste** cioè:

$$l_1 = \pm \infty \text{ oppure } l_2 = \pm \infty$$

punto di discontinuità di terza specie o eliminabile



- x_0 si dice **punto di discontinuità di terza specie o eliminabile** se i limiti sinistro e destro della funzione in x_0 sono **uguali e finiti** ma **non esiste il valore della funzione in x_0** oppure **esiste** ma risulta **diverso dal limite** cioè:

$$l_1 = l_2 \neq f(x_0) \text{ con } l_1 \text{ ed } l_2 \text{ finiti}$$

in questo caso la discontinuità si può eliminare ponendo $f(x_0) = l_1$