

Derivate

derivate delle funzioni elementari	
$D k = 0$ dove k è una costante	$D \operatorname{sen} x = \operatorname{cos} x$
$D x^n = n x^{n-1}$	$D \operatorname{cos} x = -\operatorname{sen} x$
$D \frac{1}{x^n} = D x^{-n} = -n x^{-n-1} = -\frac{n}{x^{n+1}}$	$D \operatorname{tg} x = \frac{1}{\operatorname{cos}^2 x} = 1 + \operatorname{tg}^2 x$
$D \sqrt[n]{x} = \frac{1}{n \sqrt[n]{x^{n-1}}}$	$D \operatorname{cotg} x = -\frac{1}{\operatorname{sen}^2 x} = -1 - \operatorname{cotg}^2 x$
$D \sqrt{x} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$D \operatorname{arcsen} x = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$D \log_a x = \frac{1}{x} \log_a e = \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{\ln a}$	$D \operatorname{arccos} x = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$D \ln x = \frac{1}{x}$	$D \operatorname{arctg} x = \frac{1}{1+x^2}$
$D a^x = a^x \ln a = a^x \cdot \frac{1}{\log_a e}$	$D \operatorname{arccotg} x = -\frac{1}{1+x^2}$
$D e^x = e^x$	$D x = \frac{x}{ x } = \frac{ x }{x}$

regole di derivazione	
$D k \cdot f(x) = k \cdot f'(x)$	prodotto di una costante k per una funzione
$D f(x) \pm g(x) \pm h(x) = f'(x) \pm g'(x) \pm h'(x)$	somma di due o più funzioni
$D f(x) \cdot g(x) = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$	prodotto di due funzioni
$D f(x) \cdot g(x) \cdot h(x) = f'(x) \cdot g(x) \cdot h(x) + f(x) \cdot g'(x) \cdot h(x) + f(x) \cdot g(x) \cdot h'(x)$	prodotto di tre funzioni
$D \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{[g(x)]^2}$	rapporto di due funzioni
$D f[g(x)] = f'[g(x)] \cdot g'(x)$	funzione composta
$D f(x)^{g(x)} = f(x)^{g(x)} \cdot \left[g'(x) \cdot \ln[f(x)] + g(x) \cdot \frac{f'(x)}{f(x)} \right]$	funzione elevata ad una funzione

Derivate

esempi di derivate di alcune funzioni elementari

$D k = 0$	$D 5 = 0$	$D \pi = 0$	$D 0 = 0$	$D \log_2 5 = 0$
$D x^n = n x^{n-1}$	$D x = 1$	$D x^7 = 7 x^6$	$D x^{-2} = -2 x^{-3}$	$D x^{\frac{2}{3}} = \frac{2}{3} x^{-\frac{1}{3}}$
$D \sqrt[n]{x} = \frac{1}{n \sqrt[n]{x^{n-1}}}$	$D \sqrt[3]{x} = \frac{1}{3 \sqrt[3]{x^{3-1}}} = \frac{1}{3 \sqrt[3]{x^2}}$		$D \sqrt[8]{x} = \frac{1}{8 \sqrt[8]{x^{8-1}}} = \frac{1}{8 \sqrt[8]{x^7}}$	
$D \log_a x = \frac{1}{x} \log_a e$	$D \log_3 x = \frac{1}{x} \log_3 e = \frac{1}{x} \frac{1}{\ln 3}$		$D \log_{\frac{1}{5}} x = \frac{1}{x} \log_{\frac{1}{5}} e = \frac{1}{x} \frac{1}{\ln \frac{1}{5}}$	
$D a^x = a^x \ln a$	$D 2^x = 2^x \ln 2$		$D 2012^x = 2012^x \ln 2012$	

esempi di derivate con le regole di derivazione

Derivata del prodotto di una costante k per una funzione $D k \cdot f(x) = k \cdot f'(x)$

$$D(5x^2) = 5 \cdot D(x^2) = 5 \cdot (2x) = 10x \qquad D\left(\frac{7}{3} \operatorname{sen} x\right) = \frac{7}{3} \cdot D(\operatorname{sen} x) = \frac{7}{3} \cdot \operatorname{cos} x$$

Derivata della somma di due o più funzioni $D f(x) \pm g(x) \pm h(x) = f'(x) \pm g'(x) \pm h'(x)$

$$D(7 \log_{10} x + 3x + 4) = \frac{1}{x} \cdot \frac{7}{\ln 10} + 3 \qquad D(5x^3 - \operatorname{tg} x + x) = 15x^2 - \frac{1}{\cos^2 x} + 1$$

Derivata del prodotto di due funzioni $D f(x) \cdot g(x) = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$

$$D(x^2 \operatorname{tg} x) = 2x \cdot \operatorname{tg} x + x^2 \cdot \frac{1}{\cos^2 x} \qquad D(7 \ln x \cdot e^x) = 7 \frac{1}{x} \cdot e^x + 7 \ln x \cdot e^x = 7e^x \left(\frac{1}{x} + \ln x\right)$$

Derivata del rapporto di due funzioni $D \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{[g(x)]^2}$

$$D\left(\frac{2+x}{3x}\right) = \frac{(1) \cdot 3x - (2+x) \cdot 3}{(3x)^2} = \frac{3x - 3(2+x)}{(3x)^2} = \frac{x - 2 - x}{3x^2} = -\frac{2}{3x^2}$$

Derivata di una funzione composta $D f[g(x)] = f'[g(x)] \cdot g'(x)$

$$D(\sqrt{\operatorname{sen} x}) = \frac{1}{2\sqrt{\operatorname{sen} x}} \cdot \operatorname{cos} x \qquad D(\operatorname{sen} \sqrt{x}) = \operatorname{cos} \sqrt{x} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$D(\operatorname{sen}^2 x) = (2 \operatorname{sen} x) \cdot \operatorname{cos} x = 2 \operatorname{sen} x \operatorname{cos} x \qquad D(\operatorname{sen} x^2) = (\operatorname{cos} x^2) \cdot 2x = 2x \operatorname{cos} x^2$$

Derivata di una funzione elevata ad una funzione $D f(x)^{g(x)} = f(x)^{g(x)} \cdot \left[g'(x) \cdot \ln f(x) + g(x) \cdot \frac{f'(x)}{f(x)} \right]$

$$D(x^{\operatorname{cos} x}) = x^{\operatorname{cos} x} \cdot \left[-\operatorname{sen} x \cdot \ln(x) + \operatorname{cos} x \cdot \frac{1}{x} \right] \qquad D((\operatorname{sen} x)^x) = (\operatorname{sen} x)^x \cdot \left[1 \cdot \ln(\operatorname{sen} x) + x \cdot \frac{\operatorname{cos} x}{\operatorname{sen} x} \right]$$