

GUIDA PRATICA CON ESEMPI

1) DOMINIO:

RAZIONALE INTERA: $y = f(x) = 4x^3 + 5x^2 - 2x - 2$ **D:** $(-\infty; +\infty)$

RAZIONALE FRATTA: $y = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{x^2}{x-1}$; $g(x) \neq 0$; quindi $x - 1 = 0$; $x = 1$;

si esclude il valore $x=1$ dal Dominio : **D:** $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$

2) DERIVATA PRIMA

RAZIONALE INTERA: $y = f(x) = 4x^3 + 5x^2 - 2x - 2$

Si applicano le semplici regole di derivazione: $y' = 12x^2 + 10x - 2$

RAZIONALE FRATTA: $y = \frac{x^2}{x-1} = \frac{N}{D}$

$$y' = \frac{N'D - D'N}{N^2} = \frac{2x(x-1) - 1(x^2)}{(x-1)^2} = \frac{x(x-2)}{(x-1)^2}$$

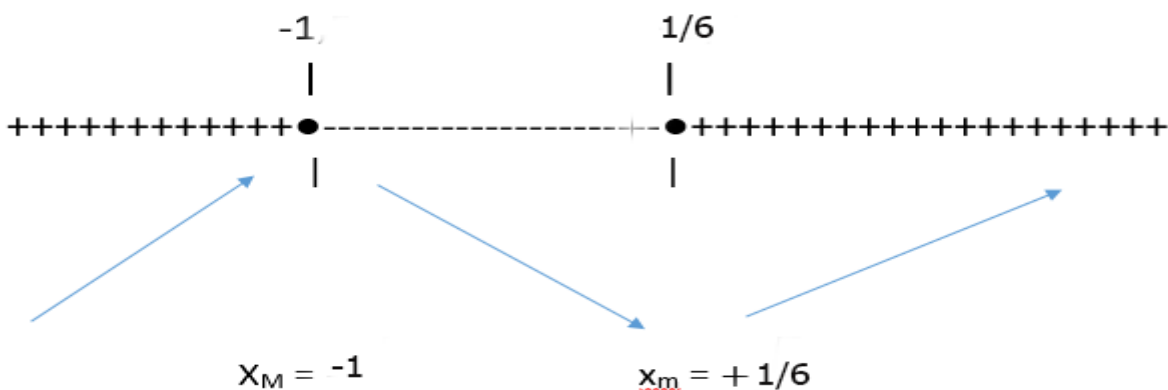
3) SEGNO DELLA DERIVATA:

RAZIONALE INTERA: $y' = 12x^2 + 10x - 2$ ---- $> 12x^2 + 10x - 2 \geq 0$

$$12x^2 + 10x - 2 = 0 \quad \text{---} > 6x^2 + 5x - 1 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 6 \cdot (-1)}}{2 \cdot 6} = \frac{-5 \pm \sqrt{49}}{12} = \frac{-5 \pm 7}{12}$$

$$x_1 = \frac{2}{12} = \frac{1}{6} \quad x_2 = \frac{-12}{12} = -1$$

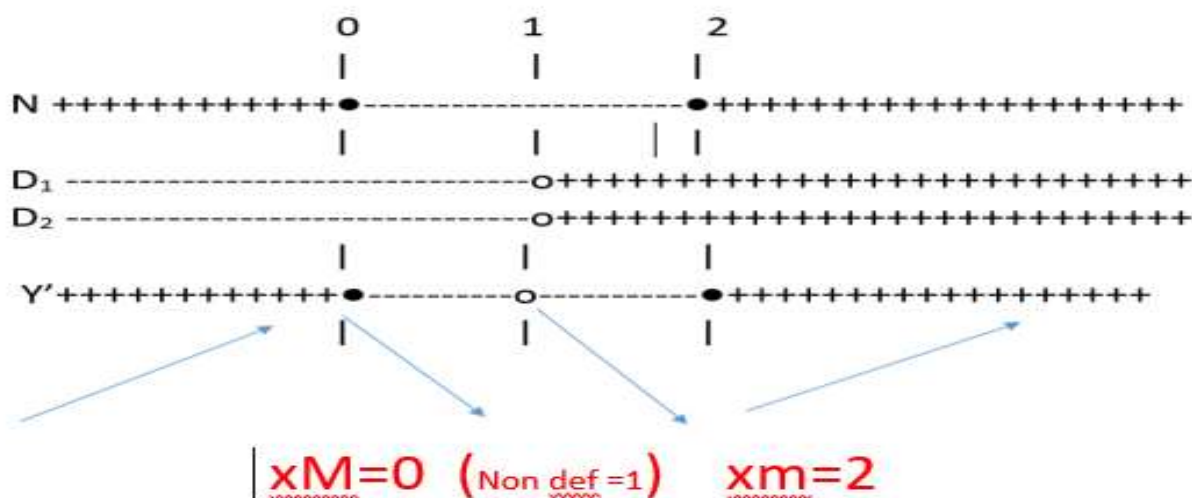


RAZIONALE FRATTA: $y' = \frac{N}{D} = \frac{x(x-2)}{(x-1)^2}$

$$\frac{x(x-2)}{(x-1)^2} \geq 0$$

$N \geq 0 \quad x(x-2) \geq 0 \quad x(x-2) = 0 \quad x_1=0 \text{ e } x_2-2=0 \quad x_2 = 2$

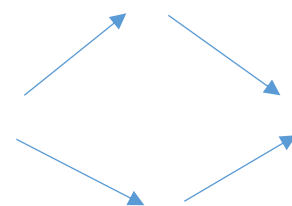
$D > 0 \quad (x-1)^2 > 0 \quad (x-1)(x-1) > 0 \quad x-1 > 0, \quad x-1 > 0, \quad x_1 > 1, \quad x_2 > 1$



4)Punti Stazionari (massimo, minimo)

Massimo : quando si passa da + a -

Minimo : quando si passa da - a +



Vedere gli esempi sopra.

5)Valore yM, yM

RAZIONALE INTERA: $y = f(x) = 4x^3 + 5x^2 - 2x - 2$

Per calcolare yM si sostituisce il valore di xM nella funzione y, in questo caso xM=-1 e si sostituisce in y

$$y = 4x^3 + 5x^2 - 2x - 2 = 4(-1)^3 + 5(-1)^2 - 2(-1) - 2 =$$

$$-4+5+2-2=1 \quad x_M, y_M \rightarrow (-1, 1)$$

Per calcolare y_m si sostituisce il valore di x_m nella funzione y , in questo caso $x_m = \frac{1}{6}$ e si sostituisce in y_m

$$y = 4x^3 + 5x^2 - 2x - 2 = 4\left(\frac{1}{6}\right)^3 + 5\left(\frac{1}{6}\right)^2 - 2\left(\frac{1}{6}\right) - 2 =$$

$$= \frac{4}{216} + \frac{5}{36} - \frac{2}{6} - 2 = \frac{1}{54} + \frac{5}{36} - \frac{1}{3} - 2 =$$

$$\frac{2+15-36-216}{108} = \frac{-235}{108} \quad x_m, y_m \rightarrow \left(\frac{1}{6}, \frac{-235}{108}\right)$$

RAZIONALE FRATTA: $y = \frac{x^2}{x-1}$

Per calcolare y_m si sostituisce il valore di x_m nella funzione y , in questo caso $x_m = 2$ e si sostituisce in y_m

$$= \frac{x^2}{x-1} = \frac{2^2}{2-1} = \frac{4}{1} = 4 \quad x_m, y_m \rightarrow (2, 4)$$

Per calcolare y_M si sostituisce il valore di x_M nella funzione y , in questo caso $x_M = 0$ e si sostituisce in y_M

$$= \frac{x^2}{x-1} = \frac{0^2}{0-1} = \frac{0}{-1} = 0 \quad x_M, y_M \rightarrow (0, 0)$$